

Examen

LE 17 MAI 2019

Durée de 1 heure. Calculatrices et documents interdits.

Question 1 (4 points)

Soit

$$f(x) = \ln \left(\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \right).$$

1. Donner l'ensemble de définition de f . Justifier que f est continue et dérivable sur cet ensemble.
2. Calculer le $DL_2(0)$ de $g(x) = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2}$.
3. En déduire le $DL_2(0)$ de $f(x)$.
4. En déduire la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

Question 2 (8 points)

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^3 + e^{2x} + \sqrt{5x}$
2. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$
3. $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$
4. $f(x) = x^5 \ln(x)$

Question 3 (8 points)

On considère $f(x) = x^2 e^x$ et $g(x) = e^x$.

1. Donner l'ensemble de définition de f et calculer les limites aux extrémités de l'ensemble de définition. Donner le tableau de variation de f .
2. Tracer sur un même dessin les courbes représentatives de f et g en précisant les points d'intersection de deux courbes. (*aide pour le dessin : $e \simeq 2,72$*)
3. Calculer l'aire comprise entre les deux courbes.